Title: Solution of Solid Mechanics' Problems in Bounded and Unbounded Domains Using Semi-Analytic and Finite Element Methods, Mossaiby Barzy, Farshid,

ABSTRACT :

Growing demand for simulation of scientific and engineering problems requires faster and more accurate numerical solution of partial differential equations (PDEs). In this research, a new approach is proposed, from a new point of view, for the solution of such PDEs. The approach is based on using a linear combination of bases which satisfy the differential equation. The coefficients of these bases are calculated using a method developed by the author such that the boundary conditions are satisfied in a point-wise manner. This approach may be used in the solution of linear PDEs, enabling solution of a class of problems not easily attainable with conventional methods.Various forms of the proposed approach have been developed to solve different types of problems. In each form, semi-analytic version, using continuous functions and discrete version, using a numerical method like the Finite Element Method (FEM) has been studied. Also, the usage of these forms in problems on domains with homogeneous and periodic material properties is addressed. To this end, first a direct form of the proposed approach has been developed for problems defined on bounded domains.
The numerical examples show that the direct form can be used to solve this class of problems effectively. In the next step, by applying the radiation condition, the direct form has been extended to evaluate numerical Green's functions. The Green's functions can be effectively used to solve problems on unbounded domains. Numerical examples show that the accuracy of the results is comparable with those of the conventional boundary integral methods. To alleviate difficulties arising near singular points, a local meshless form of the proposed approach has been developed. Numerical experiences show that despite simple formulation and computer implementation, the latter form of the proposed approach is capable of solving high-frequency wave problems. Very high convergence rate is seen in the results of the local meshless method. Finally, the solution of initial value problems using the proposed approach has been addressed in this work.

Key Words
Numerical solution, Partial Differential Equations, Constant and Periodic Coefficients,

چکیده فارسی :

فرمول‌بندی مسائل در بسیاری از شاخه‌های علوم، به ویژه علوم مهندسی، به معادلات دیفرانسیل منتهی می‌شود؛ بدین جهت حل سریع‌تر و دقیق‌تر این معادلات از موضوعات مهمی است که زیربنای بسیاری از تحقیقات را تشکیل می‌دهد. از آنجا که حل معادلات دیفرانسیل و به خصوص معادلات دیفرانسیل مشتقات پاره‌ای بسیار وابسته به شکل دامنه حل و شرایط مرزی است، حل دقیق اکثر مسائل مهندسی غیرممکن و یا بسیار پیچیده بوده و استفاده از روش‌های عددی برای حل تقریبی آنها اجتناب‌ناپذیر است.

روش‌های عددی حل معادلات دیفرانسیل هر کدام نگرشی خاص به این معادلات و حل آنها دارند. این شیوه نگرش باعث ایجاد تفاوت‌هایی در آنها می‌شود که کاربرد آنها را در حوزه‌ای از مسائل بر روش‌های دیگر برتری می‌بخشد. در این تحقیق سعی شده است از دیدگاهی متفاوت به حل معادلات دیفرانسیل نگریسته شود. مبنای این نگرش، استفاده از یک ترکیب خطی از پایه‌هایی است که معادله دیفرانسیل را بدون توجه به شرایط مرزی آن برآورده می‌نمایند. ضرائب این پایه‌ها با استفاده از روشی که در این تحقیق توسعه داده شده است، به نحوی بدست می‌آید که شرایط مرزی نیز به صورت تقریبی برآورده شود. این نگرش می‌تواند کاربردهای زیادی در حل معادلات دیفرانسیل پاره‌ای خطی و به ویژه مسائل مطرح در مکانیک جامدات داشته باشد و امکان حل ساده‌تر و یا دقیق‌تر دسته‌ای از مسائل را فراهم سازد که با سایر روش‌های عددی موجود به سهولت امکان‌پذیر نیست.

در این تحقیق نگرش پیشنهادی به روش‌های مختلف برای حل مسائل گوناگون به کار رفته که در هریک از آنها دو شکل نیمه‌تحلیلی با استفاده از توابع پیوسته و شکل گسسته با کمک یک روش عددی مانند المان‌های محدود مورد بررسی قرار گرفته است. همچنین کاربرد این روش‌ها در مسائل محیط‌های همگن و نیز محیط‌های دارای خواص متناوب مورد مطالعه قرار گرفته است. ابتدا شکل مستقیم برای حل مسائل محیط‌های محدود توسعه داده شده و نتایج عددی حاکی از آن است که این شکل از روش کارایی مناسبی در حل این دسته از مسائل دارد. سپس این روش با اعمال شرط تشعشع برای بدست آوردن توابع گرین عددی به کار برده شده است. در شکل نیمه‌تحلیلی، این توابع می‌تواند برای استفاده در روش‌های متداول انتگرال مرزی هنگامی که بدست آوردن تابع گرین دقیق غیرممکن و یا دشوار است، به کار برده شود. در شکل گسسته نیز با استفاده از یک روش عددی، به سادگی می‌توان ماتریس سختی یک محیط نامحدود را محاسبه نمود. مثال‌های عددی نشان می‌دهند دقت این روش بسیار مطلوب بوده و قابل مقایسه با روش‌های انتگرال مرزی است. از آنجا که توابع به کار رفته در تقریب زدن توابع مجهول به صورت فراگیر است، در نزدیکی نقاط تکین روند حل دچار مشکلاتی می‌شود. برای رفع این مشکل شکل محلی بدون شبکه روش پیشنهادی توسعه داده شده است. مثال‌های عددی نشان می‌دهند با وجود سادگی فرمول‌بندی و پیاده‌سازی رایانه‌ای، این شکل از روش پیشنهادی خواص بسیار خوبی مانند روند همگرایی بسیار سریع برخوردار است. امکان حل مسائل انتشار موج با فرکانس بالا، کامل بودن رتبه ماتریس نهایی سیستم و کارایی بسیار بالا در پردازش موازی از جمله مزایای این شکل از روش است. در پایان نیز نحوه حل مسائل مقدار اولیه به کمک روش پیشنهادی مورد بررسی قرار گرفته است. مثال‌های عددی حاکی از آن است که حل این دسته از مسائل به کمک روش پیشنهادی با دقت مطلوب امکان‌پذیر است.